

**DAS MAGNETISCHE MOMENT
DES 20 ms ZUSTANDES IM KERN ^{71}Ge**

von

Wolfgang Witthuhn

aus

Berlin

1971 # 461

DAS MAGNETISCHE MOMENT DES 20 ms ZUSTANDES
IM KERN ^{71}Ge

Der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
zur
Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von
Wolfgang Witthuhn
aus
Berlin

Als Dissertation genehmigt
von der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg.



Tag der mündlichen Prüfung: 12. 5. 1971

Dekan:	Prof. Dr. W. Jaenicke
Erstberichterstatter:	Prof. Dr. J. Christiansen
Zweitberichterstatter:	Doz. Dr. W. Kreische

Zusammenfassung

Die Methoden der zeitlich differentiellen wie auch der stroboskopischen Beobachtung der Kernlarmorpräzession wurden zur Bestimmung des magnetischen Momentes von angeregten ^{71}Ge Kernen im 20 ms Zustand verwendet. Die Kerne befanden sich in flüssigem Gallium; sie wurden über die (p,n) Reaktion am Ga angeregt. Die Protonenenergie lag bei 5.2 MeV.

Für das magnetische Moment des $(9/2)^+$, 198 keV Zustandes ergab sich ein Wert von

$$\mu = -1.037 \pm 0.002 .$$

Der gemessene Wert wird mit Vorhersagen aus dem Schalenmodell verglichen. Bei Berücksichtigung von Restwechselwirkung erhält man eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Im flüssigen Gallium nimmt die Anisotropie der γ -Winkelverteilung mit einer Zeitkonstanten von

$$T_{\text{rel}} = 1.9 \pm 0.3 \text{ ms}$$

ab.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	2
2. Methode	5
2.1 Die zeitlich differentielle Methode	5
2.2 Die stroboskopische Methode	7
3. Experiment	14
3.1 Strahl und Target	14
3.2 Elektronik	15
4. Ergebnisse	18
4.1 Zeitlich differentielle Messungen	19
4.2 Stroboskopische Messungen	19
5. Diskussion des g -Faktors	24
6. Anhang	32

1. Einleitung

Die Bestimmung elektromagnetischer Momente angeregter Kernzustände ist in zweifacher Hinsicht interessant. Der Grund dafür ist, daß die experimentell zugängliche Größe stets ein Produkt aus dem Kernmoment und einem mit diesem wechselwirkenden Feld ist. Sind die Feldverteilungen bekannt, sei es daß die inneren Störfelder bekannt sind oder daß es gelingt, diese auszuschalten und damit allein die Wirkung von außen angelegter Felder zu beobachten, so läßt sich aus der gemessenen Wechselwirkungsenergie das Kernmoment ermitteln. Die Kenntnis der Momente erlaubt Rückschlüsse auf die innere Struktur der betreffenden Zustände. Ein Vergleich mit Vorhersagen theoretischer Ansätze ermöglicht es, deren Konsistenz und Geltungsbereich zu überprüfen.

Auf der anderen Seite können die angeregten Kerne bei bekannten Momenten als Sonden verwendet werden, um den Einfluß der Kernumgebung zu untersuchen. Da die Wechselwirkungen mit höheren Potenzen des Abstandes abnehmen, lassen sich so selektiv die unmittelbar benachbarten Gitterplätze im Festkörper beobachten. Neben dieser räumlich mikroskopischen Skala ist durch die Wahl geeigneter Lebensdauern auch eine zeitlich mikroskopische Untersuchung möglich. Damit sind Fragenkomplexe der Messung zugänglich, die nicht oder nur sehr unvollkommen mit den Methoden der makroskopischen Festkörperphysik zu lösen sind.

Seit einem guten Jahrzehnt haben sich bei der Untersuchung der erwähnten Probleme die Methoden der gestörten γ - γ -Winkelkorrelation an radioaktiven Präparaten und

der Mößbauereffekt bewährt. Beide Verfahren sind aber aus experimentellen Gründen auf Zustände mit Lebensdauern von maximal einigen Mikrosekunden beschränkt. Der erreichbaren Genauigkeit in der Messung der Hyperfeinwechselwirkung sind dadurch Grenzen gesetzt.

Die in den letzten Jahren von Christiansen und Mitarbeitern (ChrM 68 und ChrM 70) entwickelte Methode der stroboskopischen Beobachtung der Kernlarmorpräzession ermöglicht die Messung elektrischer und magnetischer Momente von Kernzuständen mit Lebensdauern $\tau > 1 \mu s$. Durch die wiederholte Anregung der Kerne treten dabei keine Zählratenprobleme auf. Die langen Lebensdauern führen zu schmalen Resonanzlinien. Es lassen sich daher auch kleine Störfelder ausmessen. Dieses Verfahren wie auch die Methode der zeitlich differentiellen Beobachtung der Larmorpräzession (PBDDCA)⁺, bei der die isomeren Zustände durch eine Kernreaktion bevölkert und ausgerichtet werden, ist inzwischen auf etwa 15 isomere Zustände angewendet worden.

Das Ziel dieser Arbeit war es, den Anwendungsbereich beider Methoden um einige Größenordnungen, d.h. bis in den Millisekundenbereich, zu erweitern. Als für diesen Zweck gut geeignet bot sich der 20 ms Zustand im ^{71}Ge an. Er läßt sich bequem über die (p,n) Reaktion am natürlichen Gallium bevölkern. Darüber hinaus erlaubt es der niedrige Schmelzpunkt des Metalls, durch Messen in der flüssigen Phase eine zu schnelle Abnahme der Anisotropie zu vermeiden. (BerC 70 ; Fab 63)

Die Bestimmung des magnetischen Moments des $(9/2)^+$ Zustandes im ^{71}Ge ist kernphysikalisch interessant, da die

⁺ (Pulsed Beam Differential Delay Constant Angle)

Momente der $9/2^+$ Zustände in den beiden benachbarten Kernen ^{69}Ge und ^{73}Ge bekannt sind (ChrM 68 und NDS). Weiterhin sind im Kern ^{71}Ge bereits die magnetischen Momente des Grundzustandes und des ersten angeregten $5/2^-$, 175 keV Zustandes gemessen. Man hat so die Möglichkeit für einen systematischen Vergleich mit theoretischen Vorhersagen.

2. Methode

Beide im Experiment angewandten Meßmethoden, die zeitlich differentielle wie auch die stroboskopische Beobachtung der Larmorpräzession, sind in der Literatur bereits ausführlich dargestellt⁺. Sie sollen daher hier nur noch kurz angedeutet werden. Lediglich einige Punkte, in denen die Stroboskopie wegen der speziellen Anordnung des Experimentes zu modifizieren war, werden weitergehend behandelt.

2.1 Die zeitlich differentielle Methode

Beiden Methoden liegt dieselbe experimentelle Anordnung zugrunde: Ein isomerer Zustand mit der Lebensdauer τ wird durch eine Kernreaktion mit einem gepulsten Ionenstrahl bevölkert. Dabei werden gleichzeitig die Spins der angeregten Kerne ausgerichtet. Legt man die Quantisierungsachse in die Strahlrichtung, so werden magnetische Unterzustände mit kleinen m-Quantenzahlen verstärkt besetzt. Die Winkelverteilung der beim Zerfall der angeregten Zustände emittierten γ -Strahlung ist dann abgesehen von Spezialfällen anisotrop. Befinden sich die Kerne in einem räumlich und zeitlich homogenen Magnetfeld B, so führt die Wechselwirkung der statischen Kerndipolmomente mit dem äußeren Magnetfeld zu einer Drehung der Winkelverteilung um die Feldrichtung mit der Larmorfrequenz ω_L :

$$\omega_L = - \frac{\mu_N}{\hbar} g B. \quad (1)$$

In (1) ist μ_N das Kernmagneton und $g = \frac{\mu/\mu_K}{I/\hbar}$ der g-Faktor

⁺ Gute Darstellungen sind z.B. Alder und Steffen (AldS 64) sowie Christiansen und Mitarbeiter (ChrM 68, ChrM 70)

des beobachteten Kernzustandes, μ ist das magnetische Moment und I der Kernspin. Beobachtet man die γ -Strahlung unter einem Winkel Θ , bezogen auf die Strahlachse (das Magnetfeld stehe senkrecht auf der von Strahl- und Beobachtungsrichtung aufgespannten Ebene), so erhält man einen periodisch modulierten exponentiellen Abfall der Intensität:

$$I(t, B, \Theta) = I_0 \exp(-t/\tau) W(t, B, \Theta), \quad (2)$$

wobei
$$W(t, B, \Theta) = \sum_k A_k(1) A_k(2) P_k[\cos(\Theta - \omega_L t)] \quad (3)$$

gerade

ist. P_k sind die Legendre - Polynome, die Koeffizienten $A_k(1)$ hängen im wesentlichen vom Mechanismus der Kernreaktion ab und können beim gegenwärtigen Stand der Theorie im allgemeinen nicht vorhergesagt werden. Dies dürfte mit der größte Nachteil der Methode sein. Die Koeffizienten $A_k(2)$ dagegen sind bestimmt durch die Drehimpulse des Anfangs- und des Endzustandes sowie durch die Multipolordnung der γ -Strahlung. In vielen Fällen sind sie somit bekannt.

Im vorliegenden Experiment konnte die Summation in (3) mit $k = 2$ abgebrochen werden, da alle Glieder mit höherem k vernachlässigbar waren. Vorzeichen und Größe des g -Faktors lassen sich dann in geeigneter Weise aus dem Intensitätsverhältnis zweier Messungen unter den Winkeln Θ und $\Theta + 90^\circ$ extrahieren:

$$R(t, B, \Theta) = \frac{I(t, B, \Theta) - I(t, B, \Theta + 90^\circ)}{I(t, B, \Theta) + I(t, B, \Theta + 90^\circ)} = \frac{3A_2}{4+A_2} \cos 2(\Theta - \omega_L t) \quad (4)$$

(für $A_2(1) A_2(2)$ ist zur Abkürzung A_2 geschrieben).

Bei dieser Methode ist vorausgesetzt, daß die Lebensdauer

des angeregten Kernzustandes kurz gegen die Pulswiederholzeit des Teilchenbeschleunigers ist, um eine Überlagerung verschiedener Intensitäten und damit eine mehr oder weniger starke Abschwächung der beobachteten Anisotropie zu vermeiden. Weiterhin muß die Strahlpulsbreite ΔT_0 klein gegen die Larmorperiode sein, andernfalls wird die Intensitätsmodulation ausgeschmiert. Beide Forderungen zusammen lassen bei langlebigen Zuständen (d.h. etwa ab $\tau = 10^{-5}$ s und länger) oft nur ein extrem ungünstiges Tastverhältnis zu.

2.2 Die stroboskopische Methode

Ausgehend von der im letzten Abschnitt skizzierten differentiellen Methode kann man das stroboskopische Verfahren wie folgt charakterisieren: man wählt die Pulsfrequenz des Beschleunigers so, daß innerhalb der Lebensdauer des angeregten Korns zahlreiche weitere Anregungen von Kernen stattfinden. Die Intensität zur Zeit t innerhalb eines Pulsintervalls ist dann gegeben durch

$$I(t, B, \Theta, \tau, T_0) = I_0 \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-(t+nT_0)/\tau] W[\Theta - \omega_L(t+nT_0)]. \quad (5)$$

Die Intensität (5) ist wieder moduliert mit der Larmorfrequenz, die Amplitude der Modulation hängt aber jetzt vom Verhältnis Larmorfrequenz zu Pulsfrequenz ab: zu einer gleichphasigen Überlagerung der Intensitäten kommt es nur dann, wenn Pulsfrequenz und Larmorfrequenz in einem ganzzahligen Verhältnis stehen. Die Resonanzbedingung lautet ($k_{\max} = 2$ ist wieder angenommen):

$$T_0 \omega_L = m \pi \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6)$$

Das Resonanzverhalten kann untersucht werden, indem

man die Pulsfrequenz oder die Larmorfrequenz ändert. Bei den vorliegenden Messungen war es experimentell bequemer, das externe Magnetfeld und damit die Larmorfrequenz zu variieren. Die Intensität in geeignet gewählten Zeitpunkten t_o (Maxima oder Minima der Modulation im Resonanzfall)⁺ ist dann eine Lorentzkurve (ChrM 70)

$$I(t_o, B, \Theta, \tau, T_o) \sim 1 \pm \frac{3/4 A_2}{1 + 1/4 A_2} \frac{(1/\tau)^2}{(1/\tau)^2 + 4(\omega_L - \omega_{Lo})^2} \quad (7)$$

mit der Halbwertsbreite

$$\Delta \omega_L = 1/\tau \quad (8)$$

Bisher war vorausgesetzt, daß die Winkelverteilung (3) über den Beobachtungszeitraum konstant bleibt. Tatsächlich wird jedoch die ursprüngliche Ausrichtung der Kerne durch Wechselwirkung mit inneren Feldern gestört. Nimmt man nach Abragam und Pound (AbrP 53) statistisch fluktuierende Störfelder an, so ist die Korrelation (3) zu ersetzen durch

$$W_{rel}(t, B, \Theta) = \sum_k A_k \exp(-t/T_{rel,k}) P_k [\cos(\Theta - \omega_L t)] \quad (9)$$

gerade

Diese exponentielle Abnahme der Anisotropie bewirkt eine Verbreiterung der Resonanzkurve sowie eine Verringerung der Resonanzhöhe ($k_{max} = 2$):

$$I(\omega_L, T_{rel}) \sim 1 \pm \frac{3/4 A_2}{1 + \tau/T_{rel} + 1/4 A_2} \frac{(1/\tau + 1/T_{rel})^2}{(1/\tau + 1/T_{rel})^2 + 4(\omega_L - \omega_{Lo})^2} \quad (10)$$

⁺Diese Zeitpunkte sind für $\Theta = \pm 45^\circ$ oder $\Theta = \pm 135^\circ$:

$$t_o = \frac{4l+1}{m} \cdot \frac{T_o}{4} \quad \text{bzw.} \quad t_o = \frac{4l+3}{m} \cdot \frac{T_o}{4} \quad \text{mit } l = 0, \dots, m-1.$$

$$\text{und} \quad \Delta \omega_L = 1/\tau + 1/T_{\text{rel}} \cdot \dots \quad (11)$$

Die Anwendung dieser Methode auf einen isomeren Zustand mit einer Lebensdauer von 30 ms stößt auf folgende Schwierigkeiten : Auf der einen Seite entspricht eine Lebensdauer dieser Größe einer natürlichen Linienbreite von nur etwa 30 mGauss. Ist das magnetische Moment gar nicht oder nur ungenau bekannt, so erfordert das Aufsuchen einer solch schmalen Resonanz sehr viel Meßzeit. Zum anderen bewirkt die zu erwartende Relaxationszeit von einigen 100 Mikrosekunden bis zu einigen Millisekunden nach Gl.(11) zwar eine Verbreiterung der Resonanzkurve, gleichzeitig wird aber der Resonanzeffekt abgeschwächt (Gl.10).

Die Schwierigkeiten lassen sich dadurch überwinden, daß man aus dem Ensemble der angeregten Kerne nur diejenigen beobachtet, die innerhalb des ersten Teils der Lebensdauer zerfallen. Die Resonanzkurve wird auf diese Weise verbreitert ohne daß sich die Amplitude wesentlich verringert. Experimentell gibt es zwei Wege, dies zu verwirklichen : Man unterdrückt durch eine Antikoinzidenz alle γ -Strahlung, die außerhalb des Beobachtungsintervalls emittiert wird. Zugleich wird dafür gesorgt, daß erst dann wieder weitere Kerne angeregt werden, wenn die von der vorhergegangenen Strahlimpulsgruppe angeregte Aktivität weitgehend abgeklungen ist. Ungünstig ist bei diesem Verfahren, daß den relativ kurzen Meßintervallen lange Pausenzeiten gegenüberstehen. Der zweite Weg, der in diesem Experiment eingeschlagen wurde, vermeidet diesen Nachteil, erfordert allerdings eine spezielle Targetkonstruktion. Er beruht darauf, daß am Ende des Beobachtungsinter-

valls alle noch angeregten Kerne aus dem Nachweisbereich der Detektoren entfernt werden. Die experimentelle Realisierung ist im Abschnitt 3 näher beschrieben.

Der Ansatz (5) ist unter diesen Voraussetzungen nicht mehr gültig. Statt dessen ist die Intensität jetzt gegeben durch

$$I(t, B, \Theta, \tau, T_{\text{rel}}, T_o, N) = I_o \sum_{n=0}^N \exp \left[-(t+nT_o)/\tau \right] W_{\text{rel}} \left[\Theta - \omega_L (t+nT_o) \right] . \quad (12)$$

Hierbei ist das Beobachtungsintervall durch NT_o dargestellt worden (N ganzzahlig). Der Fehler, der bei dieser Näherung gemacht wird, ist vernachlässigbar, da im Experiment $N \gg 1$ ist. Für die Winkelverteilung W_{rel} ist der Ausdruck (9) einzusetzen. Eine Diskussion der Rechnungen und der benutzten Näherungen ist im Anhang gegeben.

Die wichtigsten Ergebnisse lassen sich den folgenden Abbildungen entnehmen. Die dargestellten Resonanzkurven sind numerische Rechnungen ausgehend von Gl. (12). Der verwendete Parametersatz ist weitgehend auf die später diskutierten experimentellen Bedingungen zugeschnitten.

Die Abbildung 1 zeigt den Einfluß der Größe des Beobachtungsintervalls auf die Resonanzkurve. Charakteristisch sind die Nebenmaxima, die durch das "Abschneiden" der Lebensdauer verursacht werden. In erster Näherung läßt sich die Resonanz durch eine Lorentzkurve mit der Halbwertsbreite $\Delta\omega_L = 1/NT_o$ darstellen. Abbildung 2 zeigt die Güte dieser Näherung.

Berücksichtigt man Relaxationszeiten, so kommt es zu einer deutlichen Abnahme der Resonanzamplitude, sobald T_{rel} von

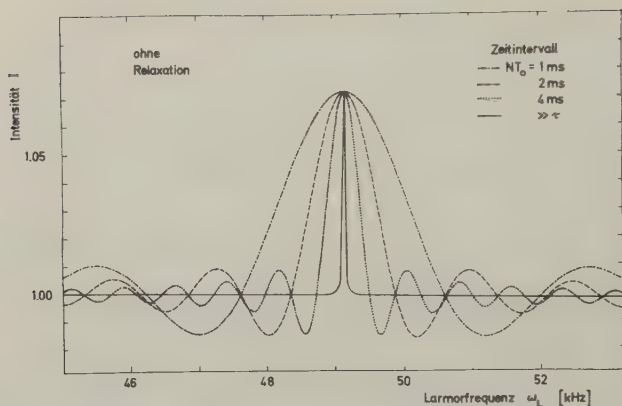


Abbildung 1 Resonanzverhalten der γ -Intensität für verschiedene Beobachtungsintervalle NT_0 . Die Kurven sind nach Gl. (12) berechnet. Der Parametersatz war: $A_2 = 0,1$, $\tau = 29$ ms, $T_0 = 64 \mu s$, $t_0 = 16 \mu s$, $\Theta = 45^\circ$, $g = -0,2304$.

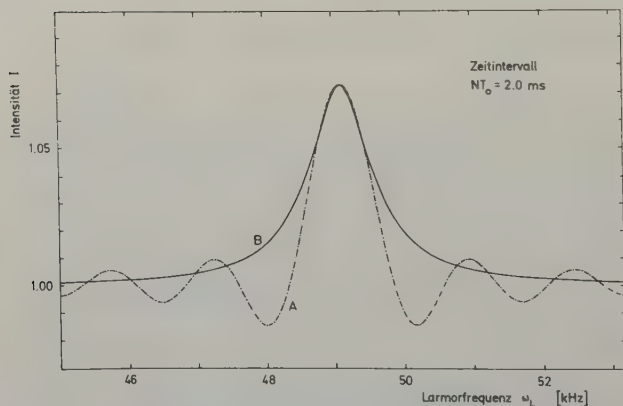


Abbildung 2 Resonanzkurve für $NT_0 = 2.04$ ms. (A) ist nach Gl. (12) berechnet, (B) ist die Näherung (vergl. Anhang).

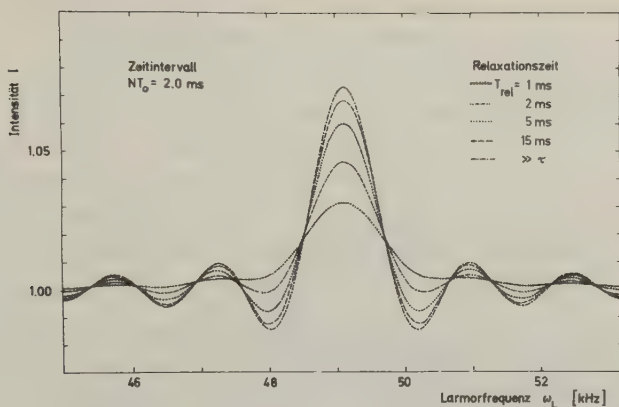


Abbildung 3 Einfluß der Relaxationszeit auf die Resonanzkurve für einen festen Beobachtungszeitraum NT_0 . Berechnung nach Gl. (12), Parameter wie in Abb. 1.

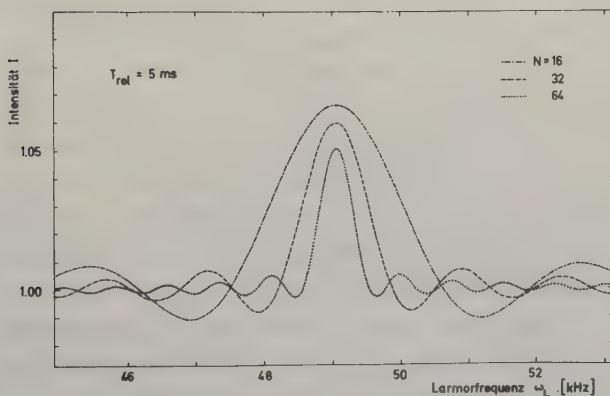


Abbildung 4 Zusammenspiel von Relaxationszeit und Beobachtungsintervall. Dargestellt ist der im Experiment realisierte Fall fester Relaxationszeit und variablem Beobachtungsintervall. Parameter wie in Abb. 1.

derselben Größenordnung ist wie NT_o (Abbildungen 3 und 4). Die Halbwertsbreite der Hauptresonanz ist näherungsweise gegeben durch $\Delta\omega_L = 1/NT_o + 1/T_{rel}$. Die Resonanzamplitude ist (vergl. Anhang):

$$R_o = \frac{\frac{3}{4} A_2}{\frac{T_o (N+1) (1/\tau + 1/T_{rel})}{1 - \exp[-T_o (N+1) (1/\tau + 1/T_{rel})]} + \frac{A_2}{4}} \quad (13)$$

Das Zusammenspiel von Relaxationszeit und Beobachtungsintervall ist in der Abbildung 4 gezeigt. Die Breite der Resonanz ist im wesentlichen durch die Wahl von NT_o bestimmt, während für die Größe der Amplitude die Relaxationszeit verantwortlich ist. Die Abbildung 5 zeigt die Resonanzhöhe (13) für einen weiten Wertebereich von T_{rel} und NT_o .

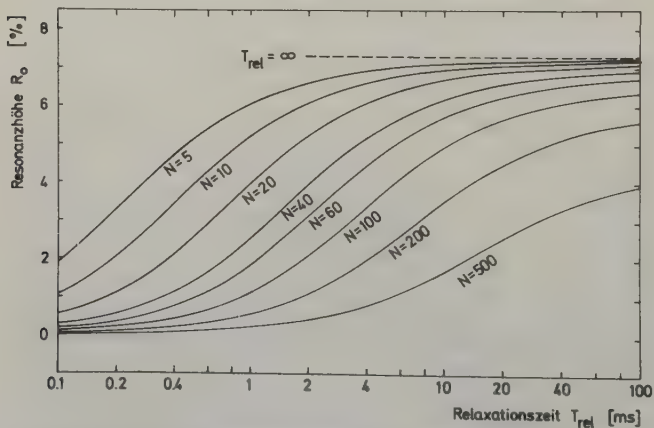


Abbildung 5 Die Resonanzhöhe in Abhängigkeit von der Relaxationszeit. A_2 , T_o und τ wie in Abbildung 1.

3. Experiment

3.1 Strahl und Target

Die Experimente wurden mit dem Protonenstrahl des 5.5 MeV van-de-Graaff Beschleunigers des Hahn-Meitner-Instituts in Berlin durchgeführt. Die Teilchenenergie lag bei den Messungen zwischen 5.1 und 5.2 MeV. Das interne Pulsungssystem des Beschleunigers, das eine Pulsbreite von 10 ns bei einer Wiederholfrequenz von 1 MHz liefert, erwies sich in unserem Fall als ungeeignet. Daher wurde eine externe Pulsung mit elektrostatischer Ablenkung verwendet, die bei Mahnke (Mah 70) beschrieben ist. Für die zeitlich differentiellen Messungen waren die Strahlpulse $5 \mu\text{s}$ lang. Der Pulsabstand von 1 ms war so gewählt, daß er etwas länger als das minimale Beobachtungsintervall war. Im Resonanzexperiment wurde eine Pulsbreite von $0.5 \mu\text{s}$ bei einer Wiederholzeit von $64 \mu\text{s}$ eingestellt. Die Ströme auf dem Target erreichten Werte zwischen 50 nA und 100 nA.

Die Targetanordnung ist in der Abbildung 6 skizziert. Flüssiges Gallium (Reinheit 99,999 %) ist in eine Nut auf der Stirnfläche eines Plexiglasrades gefüllt. Eine Hostaphanfolie verhindert das Herausfließen. Durch einen Warmluftstrom, der das ganze Rad auf 35° bis 40°C erhitzte, konnte das Gallium leicht flüssig gehalten werden (Schmelzpunkt 29.6°C). Das Targetrad wird gegen die γ -Detektoren bis auf eine kleine Öffnung von 12 mm mit Blei abgeschirmt. Die Wahl einer geeigneten Umdrehungsgeschwindigkeit macht es so möglich, nur diejenige γ -Strahlung nachzuweisen, die innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls ($= NT_0$ in Abschnitt 2) emittiert wird.

Die γ -Strahlung wurde mit NaJ(Tl) Kristallen von 38 mm Durchmesser und 38 mm Dicke nachgewiesen, die über Lichtleiter an 56 AVP Photomultiplier angekoppelt waren. Die Detektoren konnten in einer horizontalen Ebene um das Target geschwenkt werden.

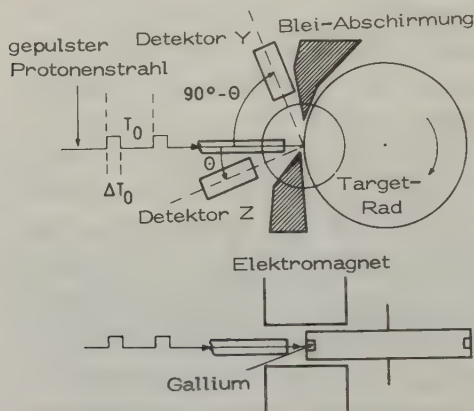


Abbildung 6 Skizze der Targetanordnung. Bei den stroboskopischen Messungen waren die Detektoren symmetrisch zur Strahlachse justiert ($\Theta = 45^\circ$).

3.2 Elektronik

Die stroboskopische Beobachtung der Larmorpräzession wurde mit der 7.ten Oberwelle (d.h. $m = 8$) durchgeführt. In diesem Fall muß die Intensität in Zeitintervallen $2\Delta t_o$ um die Zeitpunkte $t_{o1}(1) = [(41+1)/8] T_o/4$ und $t_{o1}(2) = [(41+3)/8] T_o/4$ nachgewiesen werden. Ein Blockdiagramm der Elektronik, mit der dies realisiert wird, ist in der Abbildung 7 gezeigt. Die Ausgangsimpulse eines quartzstabilisierten Impulsgenerators werden achtfach untersetzt und steuern dann die Strahlpulsung. Derselbe Sender stößt die beiden Rechteckgeneratoren (1) und (2) an. Diese öffnen die Koinzidenzen Y1, Y2, Z1, Z2 für Intervalle $2\Delta t_o = 2\mu s$ in den Zeitpunkten $t_{o1}(1)$ bzw. $t_{o1}(2)$.

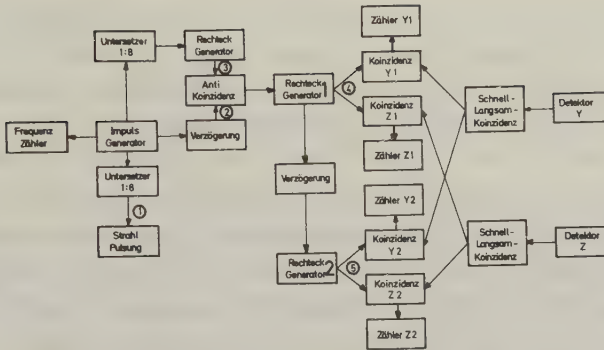


Abbildung 7 Blockschaltbild der bei den stroboskopischen Messungen verwendeten Elektronik.

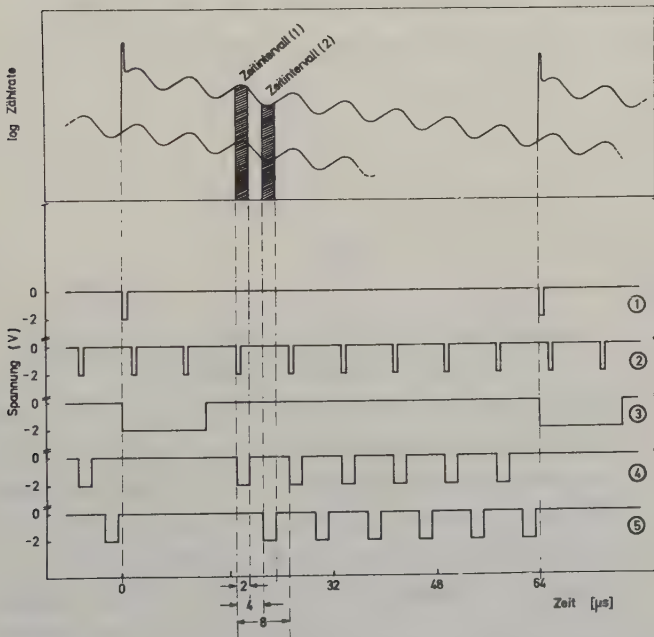


Abbildung 8 Länge und zeitliche Lage der elektronischen Impulse in Beziehung zur γ -Intensität im Resonanzfall. Die entsprechenden Meßpunkte sind in der Abbildung 7 durch die Ziffern 1 bis 5 angegeben.

Durch eine Antikoinzidenz werden jeweils die beiden ersten Intervalle unterdrückt. Dies war nötig wegen kurzlebigen Untergrundes, der im wesentlichen vom Zerfall des isomeren $9/2^+$ Zustandes im ^{69}Ge ($T_{1/2} = 2.9 \mu\text{s}$) herrührt.

Die von den γ -Detektoren Y und Z kommenden Signale werden in einer Schnell-Langsam-Koinzidenz (Haa 67) in energiediskriminierte Zeitsignale umgewandelt und gelangen dann mit den entsprechenden Zeitfenstern zur Koinzidenz. In der Abbildung 8 ist die zeitliche Lage und die Länge der elektronischen Impulse gezeigt.

Die für die zeitlich differentiellen Messungen verwendete Elektronik war im wesentlichen identisch mit der bei Haag (Haa 67) ausführlich beschriebenen Anordnung.

4. Ergebnisse

Der zweite angeregte Zustand im ^{71}Ge mit einer Halbwertszeit von 20,2 ms zerfällt weitgehend durch innere Konversion in das $5/2^-$ Niveau, das seinerseits durch eine 175 keV γ -Strahlung in den Grundzustand übergeht (vergl. Abbildung 9). Der Zerfall des $9/2^+$ Zustandes wird also nur indirekt beobachtet. Dadurch kommt es zu einer leichten Abschwächung der Anisotropie in der γ -Winkelverteilung. Tabellen hierzu findet man z.B. in den Nuclear Data Tafeln (Yam 67).

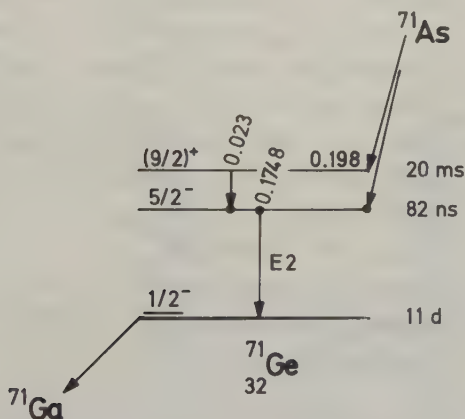


Abbildung 9 Ausschnitt aus dem Anregungsspektrum des Kerns ^{71}Ge (nach NDS).

Eine weitere Störung der Winkelverteilung, die durch die Rotation der Kerne im 175 keV Zustand bewirkt wird, ist vernachlässigbar: In den verwendeten Magnetfeldern von maximal 360 Gauss drehen sich die Kernspins innerhalb der Lebensdauer des Zustandes nur um etwa 4° (die Lebensdauer ist $T_{1/2} = 82 \text{ ns}$, der g-Faktor $g = +0.408$ (Wit 68) und (Mor 68)).

4.1 Zeitlich differentielle Messungen

Die Umdrehungsgeschwindigkeit des Targetrades wurde so einjustiert, daß nur die innerhalb der ersten Millisekunde nach Anregung emittierten γ -Quanten von den Detektoren nachgewiesen werden konnten. Es wurden zwei Messungen mit äußeren Magnetfeldern von 72.4 und 98.7 Gauss durchgeführt. Die Abbildung 10 zeigt die Modulationen der γ -Intensität für beide Felder. Die Auswertung erfolgte nach der Methode der größten Wahrscheinlichkeit durch Anpassen der Funktion $R(K) = M + A \cos(\omega_{LK} t_K - \psi)$ an die Daten (K = Kanalzahl). Das Rechenprogramm hierzu wurde von den Herren Dr. Bleck und Dr. Winkler entwickelt. Um Fehler durch die Nichtlinearität der Zeitskala, die bis zu 5% betrug, zu vermeiden, wurde die Anpassung stückweise durchgeführt. Aus beiden Messungen ergibt sich ein mittlerer Wert für den g -Faktor von

$$g = -0.227 \pm 0.005.$$

Der angegebene Fehler ist bedingt durch die Zeiteichung, die Inkonstanz des Zeit-Amplituden-Wandlers und durch die Genauigkeit der Magnetfeldmessung.

Innerhalb des Beobachtungsintervalls von gut $600 \mu s$ war keine Abnahme der Anisotropie zu erkennen. Daraus läßt sich für die Relaxationszeit T_{rel} eine untere Grenze von 1 ms angeben.

4.2 Stroboskopische Messungen

Die genauere Bestimmung des magnetischen Momentes erfolgte mit der stroboskopischen Methode. In der Abbildung 11 sind die Resonanzkurven für verschiedene Umdrehungsge-

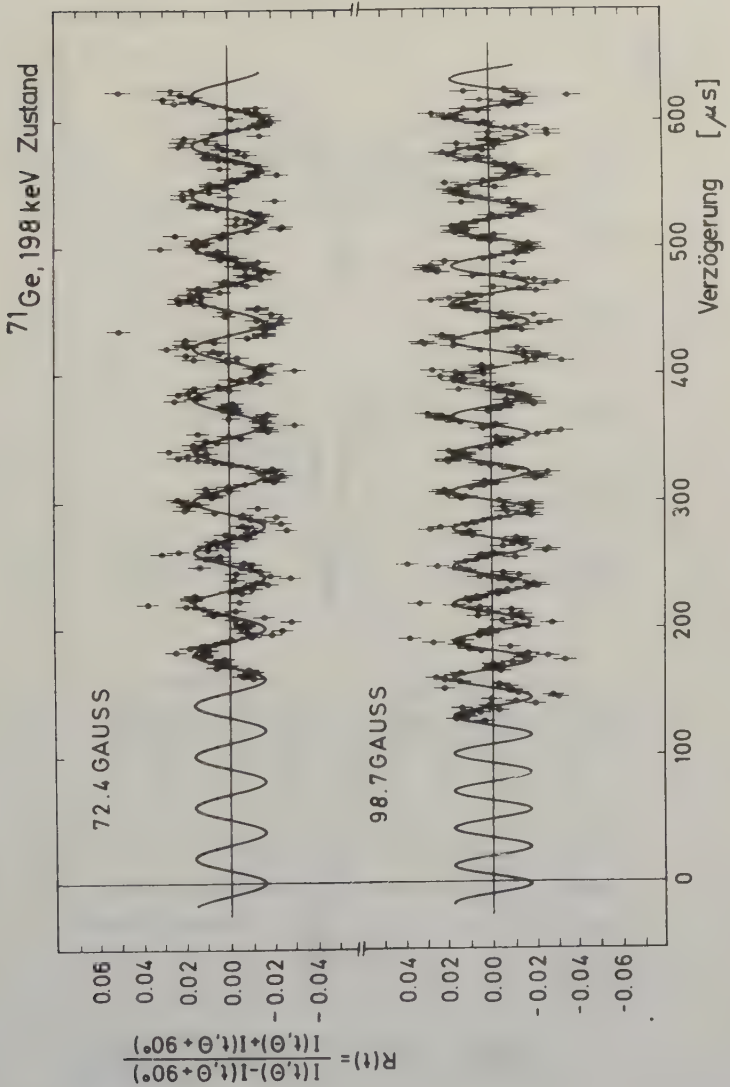


Abbildung 10 Modulation der 175 keV- γ -Strahlung durch die Larmorpräzession der angeregten ^{71}Ge Kerne in zwei verschiedenen äußeren Magnetfeldern. Die Meßdaten sind nicht auf Untergrund korrigiert.

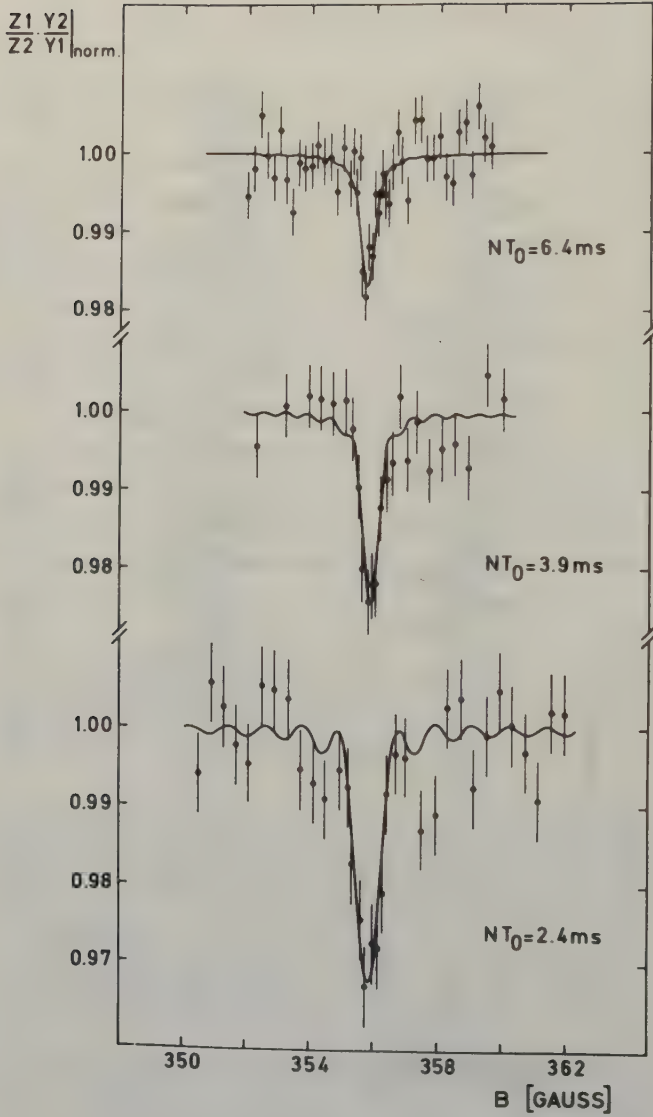


Abbildung 11 Stroboskopische Beobachtung der Kernspinpräzession für drei verschiedene Zeitintervalle.

schwindigkeiten des Targetrades dargestellt. Die entsprechenden Beobachtungsintervalle NT_0 waren 2.4 ms, 3.9 ms und 6.4 ms. Die experimentellen Werte stellen das Doppelverhältnis $(Z1/Z2)(Y2/Y1)$ der vier Zählraten $Z1$, $Z2$, $Y1$ und $Y2$ dar. Hierbei bezeichnet $Z1$ die auf Untergrund korrigierte Zählrate des Detektors Z in den Zeitintervallen

$$\frac{4l+1}{m} \cdot \frac{T}{4} - \Delta t < t < \frac{4l+1}{m} \cdot \frac{T}{4} + \Delta t$$

und $Z2$ in den Zeitintervallen

$$\frac{4l+3}{m} \cdot \frac{T}{4} - \Delta t < t < \frac{4l+3}{m} \cdot \frac{T}{4} + \Delta t$$

mit $l = 0, \dots, m-1$, $m = 8$ und $\Delta t = 1 \mu s$. $Y1$ und $Y2$ sind die entsprechenden Zählraten des Detektors Y . Nach geeigneter Normierung entspricht das Doppelverhältnis der in Abschnitt 2.2 diskutierten Intensität I bis auf vernachlässigbar kleine Korrekturen (vergl. Anhang).

Aus dem Resonanzfeld $B_0 = 355.8 \pm 0.8$ Gauss ergibt sich nach Gl. (6) und (1) für den g -Faktor des $(9/2)^+$ Zustandes im ^{71}Ge der Wert

$$g = -0.2304 \pm 0.0005.$$

Der angegebene Fehler ist nur durch die Unsicherheit in der Messung des Magnetfeldes am Kernort bestimmt. Bei der erreichten Genauigkeit von $\pm 0.2 \%$ ist es nötig, das Resonanzfeld noch auf die Knight-shift und die diamagnetische Abschirmung zu korrigieren. Da die Größe der Knight-shift jedoch nicht bekannt ist und sie der diamagnetischen Abschirmung entgegenläuft, wurde auf beide Korrekturen verzichtet.

Aus der Abnahme der Resonanzamplitude läßt sich die Relaxationszeit extrahieren (vergl. Anhang). Es ergab sich ein mittlerer Wert von

$$T_{\text{rel}} = 1.9 \pm 0.3 \text{ ms}.$$

Das magnetische Moment wurde kürzlich von Riegel und Mitarbeitern (RieB 71) mit der Methode der magnetischen Kernresonanz (MNR-PAC) nachgemessen. Ihr Ergebnis von $|g| = 0.23070 \pm 0.00015$ stimmt innerhalb der Fehlergrenzen mit unserem Resultat überein.

Für die Relaxationszeit, extrahiert aus einer direkten Alignmentmessung, erhält die Gruppe den Wert $T_{\text{rel}} = 2.42 \pm 0.06$ ms. Aus der von ihnen gemessenen Temperaturabhängigkeit der Anisotropie zwischen 300° und 800° C folgt, daß die Relaxation überwiegend durch Quadrupolwechselwirkung verursacht wird.

5. Diskussion des g-Faktors

In den folgenden Abschnitten soll der experimentelle Wert des magnetischen Momentes mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Über das einfachste Schalenmodell (MayJ 55) hinaus werden die Werte angegeben, die aus der Konfigurationsmischungstheorie von Noya, Arima und Horie (NoyA 58) sowie aus dem Quasiteilchenformalismus von Kisslinger und Sorensen (KisS 63) folgen.

Im sphärischen Einteilchenmodell ist das magnetische Moment eines Zustandes mit $j = l + 1/2$ gegeben durch den Ausdruck (E11L 57)

$$\frac{\mu(j)}{\mu_K} = g_l (j - 1/2) + 1/2 g_s . \quad (14)$$

Für Neutronenzustände ist $g_l = 0$ und $g_s = g_n = -3.826$ einzusetzen. Auf den $9/2^+$ -Zustand im ^{71}Ge übertragen ergibt sich somit ein theoretischer Wert für das magnetische Moment von

$$\mu = -1.91 \mu_K .$$

Der gemessene Wert von $\mu = -1.04 \mu_K$ ist jedoch beinahe um einen Faktor 2 kleiner. Ähnlich große Abweichungen treten bei fast allen magnetischen Momenten auf, wenn man einmal von den Kernen nahe bei abgeschlossenen Schalen absieht. Die Annahme dieses Modells, daß allein das letzte ungerade Nukleon die Kerneigenschaften bestimmt, ist eine zu starke Vereinfachung. Die magnetischen Momente lassen sich damit im allgemeinen nur grob qualitativ vorhersagen.

Eine weit bessere Übereinstimmung erreicht man durch geeignete Mitnahme der Restwechselwirkung. Noya, Arima und Horie (NoyA 58) verwenden eine vereinfachte δ -förmige Restwechselwirkung, die zu einer Beimischung von Rumpfanregungen

Neutron - Konfiguration	Schmidt - Wert	Korrektur $\Delta\mu$	μ_{NAH}	μ_{exp}
$\nu(1) \quad (2p_{3/2})^4 (1g_{9/2})^1$	- 1.91	$p_{3/2} \rightarrow p_{1/2} : + 0.343$	- 1.21	- 1.04
$\nu(2) \quad (2p_{3/2})^4 (1f_{5/2})^4 (1g_{9/2})^3$	- 1.91	$f_{7/2} \rightarrow f_{5/2} : + 0.286$ $p_{3/2} \rightarrow p_{1/2} : + 0.343$ $g_{9/2} \rightarrow g_{7/2} : + 0.236$	- 0.69	- 1.04
$\nu(3) \quad (1f_{5/2})^4 (1g_{9/2})^1$	- 1.91	$f_{7/2} \rightarrow f_{5/2} : + 0.286$	- 1.27	- 1.04
$\nu(4) \quad (1f_{5/2})^2 (1g_{9/2})^3$	- 1.91	$f_{7/2} \rightarrow f_{5/2} : + 0.571$ $g_{9/2} \rightarrow g_{7/2} : + 0.236$	- 0.75	- 1.04

Tabelle 1 Magnetisches Moment des $9/2^+$ Zustandes in ^{71}Ge . Die Werte μ_{NAH} sind für verschiedene Neutronenkonfigurationen nach der Konfigurationsmischungstheorie von Noya, Arima und Horié (Noya 58) aus den Korrekturen $\Delta\mu$ berechnet. Für die Protonen wurde eine $(1f_{7/2})^8 (2p_{3/2})^4$ Konfiguration angenommen. Alle Werte sind in Einheiten von μ_K angegeben.

führt. Ausgehend vom reinen Schalenmodellzustand $|\psi_0\rangle$ läßt sich die Gesamtwellenfunktion darstellen in der Form

$$|\psi\rangle = \frac{1}{1 + \sum_n |\alpha_n|^2} \left[|\psi_0\rangle + \sum_n \alpha_n |\psi_n\rangle \right] \quad (15)$$

Die Mischungsamplituden α_n werden als klein angenommen. Sie können daher mit der Störungstheorie bestimmt werden:

$$\alpha_n = - \frac{1}{\Delta E_n} \langle n | \sum_{i < k} V_{ik} | 0 \rangle \quad (16)$$

ΔE_n ist die Energiedifferenz zwischen den Zuständen $|0\rangle$ und $|n\rangle$. Die Wechselwirkung V_{ik} wird als reine Zweiteilchenwechselwirkung mit extrem kurzer Reichweite in Form einer δ -Funktion angesetzt. Für das magnetische Moment ergibt sich der Ausdruck

$$\mu_{NAH} = \mu_{sp} + \Delta\mu \quad (17)$$

mit

$$\Delta\mu = - \left[\frac{1 + (-)^{1+1/2-j}(j+1/2)}{2j+2} \right] (g_s - g_l)_1 \frac{2l_1(l_1+1)}{2l_1+1} \times$$

$$\times \frac{n'_1(2j_2+1-n'_2)}{(2j_1+1)(2j_2+1)} \left\{ \begin{matrix} 1/4 V_s \\ -V_s \end{matrix} \right\} \frac{I(n_1 l_1^2, n l^2)}{\Delta E}$$

In (17) ist μ_{sp} das magnetische Moment des strengen Ein-
teilchenmodells (Schmidt-Wert), $(g_s - g_l)_1 = 4.585$ für u_g -
Kerne und $(g_s - g_l)_1 = -3.826$ für g_u -Kerne. V_s ist die Sin-
gulettstärke des Wechselwirkungspotentials und $I(n_1 l_1^2, n l^2)$
ein Integral über den Radialanteil der verwendeten Wellen-
funktion. Die Größen V_s , I , ΔE liegen tabelliert vor (NoyA 58).

Die Korrektur $\Delta\mu$ ist nur von Null verschieden für Übergänge

zwischen Zuständen $|0\rangle$ und $|n\rangle$ mit gleichem l , d.h. nur Übergänge zwischen den Schalen $j = l + 1/2$ und $j = l - 1/2$ tragen zu $\Delta\mu$ bei. Die Proton-Neutron Wechselwirkung hängt von der Differenz der Singulett- und der Triplettstärke der Wechselwirkung ab. Ihr Beitrag zu $\Delta\mu$ ist daher viel schwächer (in Gl.(17) charakterisiert durch den Faktor $1/4 V_s$) als die von gleichen Nukleonen bewirkte Korrektur (gegeben durch $-V_s$ in Gl.(17)).

Die Vorhersagen dieses Modells für das magnetische Moment des $9/2^+$ Zustandes im ^{71}Ge für verschiedene mögliche Neutronenkonfigurationen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Für die Protonen ist eine Konfiguration $(1f_{7/2})^8(2p_{3/2})^4$ angenommen. Die Restwechselwirkung führt zu Rumpfanregungen $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$ und $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ von Protonen und zu Neutronenanregungen entsprechend der gewählten Konfiguration. Im einzelnen sind es Anregungen $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ ($\nu(1)$ in Tabelle 1); $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$, $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ und $1g_{9/2} \rightarrow 1g_{7/2}$ (bei Konfiguration $\nu(2)$); $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$ im Fall $\nu(3)$; $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$, $1g_{9/2} \rightarrow 1g_{7/2}$ - Anregungen für die Neutronen-Konfiguration $\nu(4)$. Die Korrekturbeiträge $\Delta\mu$ sind in Spalte 4 der Tabelle aufgeführt. Zur Rechnung wurde ein Oszillatorpotential mit einem Stärkeparameter $C = 40 \text{ MeV}$ verwendet. Die beste Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert ergibt sich bei Annahme der einfachsten Neutronen-Konfiguration $(2p_{3/2})^4(1g_{9/2})^1$.

Eine noch verbesserte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment resultiert aus dem Modell der Quasiteilchen-Anregungen von Kisslinger und Sorensen (KisS 63). In dieser Theorie führt die Berücksichtigung von Paarungs- und Quadrupolkräften zu kollektiven Vibrationen des Rumpfes. Zwischen den Nukleonen wirken δ -förmige Kräfte, die 1- bis 3-Quasiteilchen-

Kern	Neutron-Konfiguration	Schmidt-Wert	μ_{KS}	μ_{NAH}	μ_{exp}
^{69}Ge	$(2p_{3/2})^4 (1f_{5/2})^4 (1g_{9/2})^1$	- 1.91		- 0.92	- 1.00 (ChrM 68)
^{71}Ge	$(2p_{3/2})^4 (1g_{9/2})^1$	- 1.91	- 1.09 ... - 0.90	- 1.21	- 1.04
^{73}Ge	$(2p_{3/2})^4 (1g_{9/2})^3$	- 1.91	- 0.93 ... - 0.76	- 0.98	- 0.88 (Shi 68)
^{83}Kr	$(1g_{9/2})^7$	- 1.91	- 0.38 ... - 0.30	- 1.01	- 0.97 (Shi 68)
^{85}Kr	$(1g_{9/2})^9$	- 1.91	- 0.32 ... - 0.17	- 0.78	- 1.00 (Shi 68)
^{87}Sr	$(1g_{9/2})^9$	- 1.91	- 0.43 ... - 0.40	- 0.87	- 1.09 (Shi 68)

Tabelle 2 Magnetische Momente von $9/2^+$ Neutronenzuständen in mittelschweren Kernen. Die Werte μ_{NAH} sind nach der Theorie von Noya, Arima und Horie (Noya 58) berechnet, Die Momente μ_{KS} sind der Arbeit von Kisslinger und Sorensen (KisS 63) entnommen. Alle Angaben in Einheiten von μ_K .

Anregungen hervorrufen. Die Ankopplung dieser Anregungen an die Vibrationen ergibt Korrekturen des Schmidtwertes. Der weitaus überwiegende Anteil der Korrektur wird von den Teilchenanregungen bewirkt, während selbst große Beimischungen von Phononenzuständen keinen wesentlichen Beitrag liefern. Lediglich für die Abweichungen der magnetischen Momente von $p_{1/2}$ - Zuständen vom Einteilchenwert, die nicht durch eine δ -förmige Wechselwirkung erklärbar sind, zeichnen die Phononenbeimischungen verantwortlich.

Die Vorhersage dieser Theorie für den $9/2^+$ Zustand im ^{71}Ge von $\mu = -0.90 \dots -1.09$ (entsprechend einer Wahl von g_r zwischen $g_r = Z/A$ und $g_r = 0$) stimmt ausgezeichnet mit dem gemessenen Wert von $\mu = -1.04$ überein (Tabelle 2). In der Tabelle 2 sind darüber hinaus alle bekannten magnetischen Momente von $9/2^+$ Neutronenzuständen in mittelschweren Kernen aufgeführt. Während das von Kisslinger und Sorensen angegebene Modell die gemessenen Werte im Germanium ausgezeichnet wiedergibt, versagt es bei den Krypton- und bei den Strontium-Isotopen. Demgegenüber liegen die Abweichungen zwischen experimentellen und den aus der Theorie von Noya, Arima und Horie vorhergesagten Werten bei maximal 20%, in den meisten Fällen sind sie noch kleiner.

Literaturverzeichnis

- (AbrP 53) A. Abragam and R. V. Pound,
Phys. Rev. 92 (1953) 943
- (AldS 64) K. Alder and R. M. Steffen,
Ann. Rev. Nucl. Sci. 14 (1964) 403
- (BerC 70) H. Bertschat, J. Christiansen, H.-E. Mahnke,
E. Recknagel, G. Schatz, R. Sielemann und
W. Witthuhn,
Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 102
- (ChrM 68) J. Christiansen, H.-E. Mahnke, E. Recknagel,
D. Riegel, G. Weyer and W. Witthuhn,
Phys. Rev. Lett. 21 (1968) 554
- (ChrM 70) J. Christiansen, H.-E. Mahnke, E. Recknagel,
D. Riegel, G. Schatz, G. Weyer and W. Witthuhn,
Phys. Rev. C1 (1970) 613
- (EllL 57) J. P. Elliot and A. M. Lane,
in Handbuch der Physik, Band 39, Springer (1957)
Berlin
- (Fab 63) T. E. Faber,
Solid State Communications Vol 1, 41 (1963)
- (Haa 67) D. W. Haag,
Dissertation, Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung,
Berlin (1967)
- (KisS 63) L. S. Kisslinger and R. A. Sorensen,
Rev. Mod. Phys. 35 (1963) 853
- (MayJ 55) Maria G. Mayer and J. H. D. Jensen,
Elementary theory of nuclear shell structure,
John Wiley (1955) New York
- (Mah 70) H.-E. Mahnke,
Dissertation, Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung,
Berlin (1970)
- ..(MorS 68) J. Morgenstern, J. W. Schmidt, G. Flügge and H. Schmidt,
Phys. Lett. 27B (1968) 370

- (NDS) Nuclear Data Sheets, Nuclear Data Group,
Oak Ridge National Laboratory
- (NoyA 58) H. Noya, A. Arima and H. Horie,
Progr. Theor. Phys. Suppl. 8 (1958) 33
- (RieB 71) D. Riegel, N. Bräuer, B. Focke and E. Matthias,
in International conference on hyperfine interactions
detected by nuclear radiation, (1970) Israel.
Erscheint 1971.
- (Shi 68) Virginia S. Shirley,
in Hyperfine structure and nuclear radiations,
North Holland Publ. Comp. (1968) Amsterdam
- (Wit 68) W. Witthuhn,
Diplomarbeit, Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung,
Berlin (1968)
- (Yam 67) T. Yamazaki,
in Nuclear Data Sec. A (1967) Vol. 3.1

A. Stroboskopie für ein vorgegebenes Beobachtungsintervall

Die Intensität der γ -Strahlung zur Zeit $0 \leq t \leq T_0$ ist gegeben durch

$$I = I_0 \sum_{n=0}^N \exp\left(-\frac{t+nT_0}{\tau}\right) W[\theta - \omega_L(t+nT_0)] + u$$

$$\text{mit der Winkelverteilung} \quad W[\theta - \omega_L(t+nT_0)] = \sum_k A_k P_k \left\{ \cos[\theta - \omega_L(t+nT_0)] \right\}$$

k gerade

Vernachlässigt man den Untergrund und bricht die Summation über k mit $k=2$ ab, so erhält man

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sum_{n=0}^N \exp\left(-\frac{nT_0}{\tau}\right) \left[1 + \frac{A_2}{2} \{ 3 \cos^2[\theta - \omega_L(t+nT_0)] - 1 \} \right]$$

Führt man die Summation über n durch, so ergibt sich

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \left\{ \left(1 + \frac{1}{4} A_2\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{T_0}{\tau}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right)} + \frac{3}{4} A_2 \frac{\cos 2(\theta - \omega_L t) - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right) \cos 2[\theta - \omega_L(t-T_0)]}{1 + \exp\left(-2\frac{T_0}{\tau}\right) - 2 \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right) \cos 2\omega_L T_0} \right. \\ \left. - \frac{3}{4} A_2 \exp\left[-(N+1)\frac{T_0}{\tau}\right] \frac{\cos 2[\theta - \omega_L(t+(N+1)T_0)] - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right) \cos 2[\theta - \omega_L(t+NT_0)]}{1 + \exp\left(-2\frac{T_0}{\tau}\right) - 2 \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right) \cos 2\omega_L T_0} \right\}$$

Für $NT_0 \gg \tau$ geht der Ausdruck für die Intensitätsverteilung in die entsprechende Beziehung der "konventionellen" Stroboskopie über (vergl. ChRM 70).

Für einen Detektorwinkel $\Theta = \frac{\pi}{4}$ und zur Zeit $t = \frac{\tau_0}{4}$ ergibt sich dann für die Intensität

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{\tau_0}{4\tau_c}\right) \left\{ \left(1 + \frac{1}{4}A_2\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{\tau_0}{\tau_c}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{\tau_0}{\tau_c}\right)} + \frac{3}{4}A_2 \frac{\sin\frac{\tau_0}{2}\omega_L + \exp\left(-\frac{\tau_0}{\tau_c}\right)\sin\frac{3}{2}\tau_0\omega_L}{1 + \exp\left(-2\frac{\tau_0}{\tau_c}\right) - 2\exp\left(-\frac{\tau_0}{\tau_c}\right)\cos 2\omega_L\tau_0} - \frac{3}{4}A_2 \exp\left[-(N+1)\frac{\tau_0}{\tau_c}\right] \frac{\sin\left[2\omega_L\left(N+\frac{5}{4}\right)\tau_0\right] - \exp\left(-\frac{\tau_0}{\tau_c}\right)\sin\left[2\omega_L\left(N+\frac{1}{4}\right)\tau_0\right]}{1 + \exp\left(-2\frac{\tau_0}{\tau_c}\right) - 2\exp\left(-\frac{\tau_0}{\tau_c}\right)\cos 2\omega_L\tau_0} \right\}$$

Die Intensität an den Stellen der Resonanz $\omega_{L0} = m\pi$, $m = 1, 2, \dots$ ist im Anhang C angegeben.

B. Berücksichtigung von Relaxation

Die Intensität ist wie in A gegeben durch

$$I = I_0 \sum_{n=0}^N \exp\left(-\frac{t+nT_0}{\tau}\right) W_L[\theta - \omega_L(t+nT_0)]$$

Hierbei ist Untergrund bereits weggelassen. Die Winkelverteilung hat jetzt die Form

$$W_{rel} = \sum_k \text{gerade} A_k \exp\left(-\frac{t+nT_0}{T_{rel,k}}\right) P_k [\cos[\theta - \omega_L(t+nT_0)]]$$

Damit wird dann die Intensität ($k_{\max} = 2$ und $T_{rel,2} = T_{rel}$)

$$I_{rel} = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sum_{n=0}^N \exp\left(-\frac{nT_0}{\tau}\right) \left\{ 1 + \frac{1}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t+nT_0}{T_{rel}}\right) + \frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t+nT_0}{T_{rel}}\right) \cos 2[\theta - \omega_L(t+nT_0)] \right\}$$

Ausführen der Summation ergibt

$$\begin{aligned} I_{rel} = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) & \left\{ \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{T_0}{\tau}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right)} + \frac{1}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t}{T_{rel}}\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right]}{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right]} + \right. \\ & + \frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t}{T_{rel}}\right) \frac{\cos 2(\theta - \omega_L t) - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] \cos 2[\theta - \omega_L(t - T_0)]}{1 + \exp\left[-2T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] - 2 \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] \cos 2\omega_L T_0} - \\ & \left. - \frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t}{T_{rel}}\right) \frac{\exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] \cos 2[\theta - \omega_L(t + (N+1)T_0)] - \exp\left[-(N+2)T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] \cos 2[\theta - \omega_L(t + NT_0)]}{1 + \exp\left[-2T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] - 2 \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}}\right)\right] \cos 2\omega_L T_0} \right\} \end{aligned}$$

Für die numerischen Rechnungen, die teilweise in den Abbildungen 1 bis 4 gezeigt sind, wurde von der Form

$$I = \sum_{n=0}^N \exp\left(-\frac{nT_0}{\tau}\right) \left\{ 1 + \frac{1}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t+nT_0}{T_{kl}}\right) [1 + 3 \cos 2[\theta - \omega(t+nT_0)]] \right\}$$

ausgegangen. Normiert wurde die Intensität durch den Faktor

$$\bar{N} = \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{T_0}{\tau}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau}\right)} + \frac{1}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t}{T_{kl}}\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{kl}}\right)\right]}{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{kl}}\right)\right]}$$

C. Resonanzamplitude

Die Intensität der γ -Strahlung zur Zeit $0 \leq t \leq T_0$ ist für $k_{\max} = 2$ gegeben durch (vergl. Anhang A) :

$$\begin{aligned}
 I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) & \left\{ \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{T_0}{\tau_0}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau_{rel}}\right)} + \frac{1}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{rel}}\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right]}{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right]} + \right. \\
 & + \frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{rel}}\right) \frac{\cos 2(\theta - \omega_L t) - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] \cos 2\left[\theta - \omega_L(t - T_0)\right]}{1 + \exp\left[-2T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] - 2 \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] \cos 2\omega_L T_0} - \\
 & \left. - \frac{3}{4} A_2 \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] \frac{\cos 2\left[\theta - \omega_L(t + \frac{1}{\tau_{rel}})\right] - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] \cos 2\left[\theta - \omega_L(t + NT_0)\right]}{1 + \exp\left[-2T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] - 2 \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] \cos 2\omega_L T_0} \right\}
 \end{aligned}$$

Die Intensität in der Resonanz ist dann für

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \quad t_0 = \frac{T_0}{4}, \quad \omega_{L0} T_0 = \pi :$$

$$\begin{aligned}
 I_{\text{Res.}} = I_0 \exp\left(-\frac{T_0}{4\tau_0}\right) & \left\{ \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{T_0}{\tau_0}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{T_0}{\tau_0}\right)} + \frac{1}{4} A_2 \exp\left(-\frac{T_0}{4\tau_{rel}}\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right]}{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right]} + \right. \\
 & + \frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{T_0}{4\tau_{rel}}\right) \frac{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right] + \exp\left[-(N+2)T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right]}{1 + \exp\left(-2T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right) - 2 \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{rel}}\right)\right]} \left. \right\}
 \end{aligned}$$

oder

$$I_{\text{Res.}} = I_0 \exp\left(-\frac{I_0}{4\epsilon}\right) \left\{ \bar{N} + \frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{I_0}{4I_{\text{rel}}}\right) \frac{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)\right]}{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)\right]} \right\}$$

$$\text{mit } \bar{N} = \frac{1 - \exp\left[-(N+1)\frac{I_0}{\epsilon}\right]}{1 - \exp\left(-\frac{I_0}{\epsilon}\right)} + \frac{\frac{3}{4} A_2 \exp\left(-\frac{I_0}{4I_{\text{rel}}}\right)}{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)\right]}$$

Führt man die Normierung durch, so ergibt sich für die Resonanzamplitude der Ausdruck:

$$R_0 = \frac{\frac{3}{4} A_2}{\exp\left(\frac{I_0}{4I_{\text{rel}}}\right) \frac{1 - \exp\left[-T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)\right]}{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)\right]} + \frac{\frac{1}{4} A_2}{1 - \exp\left(-\frac{I_0}{\epsilon}\right)}$$

Mit den Näherungen

$$\frac{I_0}{\epsilon} \ll 1, \quad \frac{I_0}{I_{\text{rel}}} \ll 1, \quad \frac{I_0}{\epsilon} + \frac{I_0}{I_{\text{rel}}} \ll 1, \quad (N+1)\frac{I_0}{\epsilon} \ll 1$$

wird daraus dann

$$R_0 = \frac{\frac{3}{4} A_2}{(N+1)T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)} + \frac{\frac{1}{4} A_2}{1 - \exp\left[-(N+1)T_0\left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{I_{\text{rel}}}\right)\right]}$$

D. Definition von $(Z_1/Z_2) \cdot (Y_2/Y_1)|_{\text{norm.}}$

Das Experiment liefert die vier Koinzidenzzählraten $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \hat{Y}_1, \hat{Y}_2$. Von ihnen wurde der Untergrund abgezogen. Die so erhaltenen Zählraten Z_1, Z_2, Y_1, Y_2 entsprechen weitgehend der in Abschnitt 2.2 definierten Intensität I . Nicht berücksichtigt ist lediglich die experimentell durchgeführte Integration über das Koinzidenzintervall $2\Delta t_0$. Dies führt zu Korrekturen der Resonanzhöhe (ChrM 70), die in unserem Fall aber vernachlässigbar sind.

Das aus Z_1, Z_2, Y_1, Y_2 gebildete Doppelverhältnis $(Z_1/Z_2)(Y_2/Y_1)$ wurde außerhalb der Resonanz auf 1 normiert. Der Resonanzeffekt ist dann näherungsweise um einen Faktor 4 gegenüber dem der Einzelzählraten vergrößert:

$$\frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{1+R}{1-R} \approx 1 + 4R$$

R an der Stelle der Resonanz $\omega_L = \omega_{L0}$ ist im Anhang D gegeben. Um direkt einen Ausdruck nach Gl. (12) (Abschnitt 2.2 und Anhang A) anpassen zu können, wurde der Resonanzeffekt durch den Faktor 4 dividiert. Das so erhaltene Zählratenverhältnis ist mit $(Z_1/Z_2)(Y_2/Y_1)|_{\text{norm.}}$ bezeichnet.

E. Zur Bestimmung der Relaxationszeit

Die Relaxationszeit wie auch der Koeffizient A_2 lassen sich aus der gemessenen Resonanzhöhe R_0 ermitteln:

Die Resonanzamplitude R_0 ist nach Anhang D

$$R_0 = \frac{\frac{3}{4} A_2}{\frac{(N+1)T_0 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}} \right)}{1 - \exp \left[-(N+1)T_0 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}} \right) \right]} + \frac{1}{4} A_2}$$

Daraus ergibt sich:

$$A_2 = \frac{4R_0}{3 - R_0} \left\{ \frac{(N+1)T_0 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}} \right)}{1 - \exp \left[-(N+1)T_0 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}} \right) \right]} \right\}$$

Das Verhältnis zweier Messungen mit verschiedenen Zeitintervallen NT_0 (d.h. $N_1 = N_2$) enthält dann als Unbekannte nur noch die Relaxationszeit T_{rel} :

$$\frac{R_{01}(3 - R_{02})}{R_{02}(3 - R_{01})} = \frac{N_2 + 1}{N_1 + 1} \cdot \frac{1 - \exp \left[-(N_1 + 1)T_0 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}} \right) \right]}{1 - \exp \left[-(N_2 + 1)T_0 \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_{rel}} \right) \right]}$$

Aus den drei Messungen (Abschnitt 4.2) ergaben sich somit drei Bestimmungsgleichungen für T_{rel} . Der im Abschnitt 4.2 angegebene Wert ist die Mittelung dieser Einzelergebnisse.

Für die gute Zusammenarbeit bei den Messungen und für viele wertvolle Diskussionen danke ich den Herren
M. Becker, H. Bertschat, Prof. Dr. J. Christiansen,
Dr. H.-E. Mahnke, Prof. Dr. E. Recknagel, D. Riegel,
G. Schatz, R. Sielemann, B. Spellmeyer und T. Wichert

Lebenslauf

31. 7. 1942	Geburt in Berlin - Wannsee
1949 - 1953	Volksschule in Wannsee
1953 - 1955	Tews - Schule (Aufbauzug) in Berlin - Schlachtensee
1955 - 1962	Schadow - Schule (altsprachliches Gymnasium) in Berlin - Zehlendorf
März 1962	Abitur
1962 - 1966	Physikstudium an der Freien Universität Berlin
1967 - 1969	Hahn - Meitner - Institut für Kernforschung, Berlin
Okt. 1967	Heirat
Juli 1968	Tochter Christiane Ulrike
Nov. 1968	Diplomexamen mit der Arbeit "Messung der g-Faktoren und Lebensdauern des $5/2^-$ 175 keV Niveaus im ^{71}Ge und eines $(3)^+$ 273 keV Zustandes im ^{74}As "
Juli 1969	Sohn Martin Andreas
Ab Nov. 1969	Assistent am 1. Physikalischen Institut der Friedrich - Alexander Universität Erlangen - Nürnberg

Offsetdruck-Fotodruck

J. Hogl, 8520 Erlangen Hauptstr. 109, (Nähe Martin-Luther-Platz) Tel. 22990